

Desastres 'naturais': analisando regimes pulsantes em corridas de lamas

Dentro do contexto de riscos e catástrofes naturais, tão presente no atual cenário brasileiro, este trabalho propõe uma avaliação mecanicista sobre os escoamentos de fluidos em planos inclinados (canais, encostas, corredores de drenagem, vertedouros de barragens, entre outros). O fenômeno roll wave (ondas de rolo, regime pulsante), caracterizado por sua configuração periódica e com frentes de onda que se deslocam com elevada velocidade na superfície livre, pode vir ocasionalmente surgir nestes escoamentos, caso condições suficientes sejam atingidas. Sua presença pode comprometer a integridade das estruturas civis e ainda potencializar os danos advindos de catástrofes desta natureza. Este trabalho avalia analítica e numericamente a formação destas ondas em escoamentos de fluidos newtonianos e não-newtonianos. O objetivo principal atingido neste artigo foi verificar a validade dos desenvolvimentos teóricos-analíticos em função dos resultados numéricos do simulador. No âmbito numérico, método de volumes finitos foi empregado, utilizando o software FLUENT (equações completas). Além disso, o modelo analítico utilizado, já estabelecido para corridas de lama de natureza viscoplástica (não-newtoniana) foi obtido a partir da manipulação das equações de Cauchy, com o modelo reológico de Herschel-Bulkley inserido na parte viscosa do tensor de tensões, promediadas na vertical. Um estudo comparativo entre os métodos foi desenvolvido, alcançando boa concordância entre os mesmos.

Palavras-chave: Riscos e catástrofes naturais; Roll wave; Fluidos newtonianos e não-newtonianos; Simulação numérica.

'Natural' disasters: analyzing pulsating regimes in mudflows

When talking about natural disasters and risks, so present in the Brazilian scenario, this work proposes a mechanistic evaluation for fluid flows in open channels (channels, hills, watershed, spillways, etc.). The roll wave phenomenon, characterized by its periodic configuration and fast wave fronts in the free surface, may occasionally appear in such flows, if sufficient conditions were reached. Its presence may compromise the integrity of nearby structures and may increase the damage these disasters offer. This work evaluates numerically and analytically the generation of such waves in Newtonians and non-Newtonian flows. The main purpose reached by this work was to verify the validity of analytical and numerical methods based on the results given by the numerical simulation. In the numerical plan, finite volumes method was used, by the FLUENT software (with complete equations). In addition, the analytical model used already established for mudflows (viscoplastic fluid) was obtained from the manipulation of the Cauchy equations vertically averaged, with the Herschel-Bulkley rheological model inserted in the viscous part of the tension tensor. A comparative analysis between the methods was developed, resulting in a good agreement.

Keywords: Risks and natural disasters; Roll waves; Newtonian and non-Newtonian fluids; Numerical simulation.

Topic: **Engenharia de Recursos Hídricos**

Reviewed anonymously in the process of blind peer.

Received: **03/04/2021**

Approved: **26/04/2021**

Fabiana de Oliveira Ferreira 

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Brasil

<http://lattes.cnpq.br/2660499719136795>

<http://orcid.org/0000-0001-7331-8587>

fabiana.of@gmail.com

Geraldo de Freitas Maciel 

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Brasil

<http://lattes.cnpq.br/5808118510418914>

<http://orcid.org/0000-0003-1272-9045>

geraldo.f.macieli@unesp.br



DOI: 10.6008/CBPC2179-6858.2021.004.0022

Referencing this:

FERREIRA, F. O.; MACIEL, G. F.. Desastres 'naturais': analisando regimes pulsantes em corridas de lamas. **Revista Ibero Americana de Ciências Ambientais**, v.12, n.4, p.260-275, 2021. DOI: <http://doi.org/10.6008/CBPC2179-6858.2021.004.0022>

INTRODUÇÃO

Escoamentos de fluidos complexos, especialmente os fluidos hiperconcentrados e viscoplásticos, (exibindo propriedades não-newtonianas) têm sido mais recentemente objeto de estudo científico graças à sua presença e aplicabilidade na Engenharia. Em destaque, a Engenharia de Recursos Hídricos detém interesse particular no estudo de escoamentos de fluidos deste tipo, por integrarem diversos problemas, tais como cheias e transbordamentos de rios, deslizamentos de terra, corridas de detritos e lamas, e os clássicos problemas de transporte de sedimentos, entre outros. Dentro do contexto de catástrofes naturais e seus riscos, o presente artigo irá abordar particularmente o controle de instabilidades presentes na superfície livre de corridas de lama e deslizamentos de terra, que ano a ano vem se fazendo presente no cenário do país, notadamente durante o verão, o que a mídia tem denominado de tragédias anunciadas.

Especificamente, há fenômenos que se apresentam nos escoamentos em canais inclinados, rios naturais ou encostas que, ao cabo de tempo finito, se manifestam sob forma de instabilidades periódicas na superfície livre, percebidas como um trem de ondas, de amplitude e comprimento bem definidos. Tais instabilidades surgem na vizinhança do regime uniforme estabelecido pelo escoamento na tentativa de equilibrar as forças ativas como o peso (força de corpo ou de campo), com as forças resistivas tais como os efeitos de atrito viscoso, de parede e também algumas vezes ações de coesão associadas às propriedades físicas e reológicas do fluido escoante. Durante a propagação destas ondas, em direção de jusante, suas amplitudes, ocasionalmente, amplificam-se e se transformam em frentes ou ressaltos hidráulicos móveis sendo chamadas, nesta configuração, de *roll waves*. Neste trabalho serão priorizadas as representações matemáticas e numéricas do fenômeno.



Figura 1: *Roll waves* em Grünnbach, na cidade de Merligen, Suíça, visualizadas no sentido jusante. **Fonte:** Cornish (1934).

Estas ondas, constituídas por frentes de onda de alto nível energético, foram registradas pela primeira vez por Cornish (1934) que publicou diversas fotografias do canal de Merligen, Suíça, que conduz a água advinda dos Alpes para o lago de Thun. Pelas fotos, é possível perceber a natureza periódica das ondas

formadas, longas, com cristas íngremes, quase verticais (Figura 1).

Roll waves podem se desenvolver tanto em fluidos newtonianos (água e glicerina, por exemplo) como em fluidos não-newtonianos (soluções água-argila, a exemplo de fluidos hiperconcentrados e viscoplásticos) caso condições suficientes de declividade, frequência de perturbação e comprimento de canal sejam atingidas.



Figura 2: Fenômeno roll wave em canais abertos e testes experimentais em laboratório. (a) *Roll waves* em vertedouro do reservatório de Llyn Brianne, em Wales, Reino Unido. Roll waves em água: (b) Represa e Reservatório de Turner, Vally Center (PONCE, 2005), Roll waves em lama: (d) Canal de concreto (IRSTEA, 2001), Roll waves em gel de carbopol: experimento em um canal inclinado, LH² Lab., Ilha Solteira, Brasil.

Apesar de muito presentes em estruturas artificiais (Figura 2), não é raro identificar *roll waves* em ambientes naturais tais como em rios e lagos (FER et al., 2002), deslizamentos de encostas, debris flows, avalanchas, etc., se desenvolvendo tanto em escoamentos de fluidos newtonianos, quanto e sobretudo, em fluidos não-newtonianos (misturas hiperconcentradas de água, argila, areia e agregados de maior granulometria, chegando nos deslizamentos ou corridas aparecerem blocos de rocha e matacões sendo transportados pela matriz argilosa), vide Coussot (1994) e Liu et al. (1994).

O estudo da ocorrência, evolução e prevenção destas instabilidades é tema de competências múltiplas, abrangendo matemática de sistemas hiperbólicos, sistemas dinâmicos, teoria da bifurcação, física, e campos diversos das engenharias mecânica e civil, e mais: Identificar as condições de formação e manutenção de instabilidades tipo *roll waves*, e desenvolver métodos de previsão de sua evolução, são

trabalhos de interesse no ramo científico que devem integrar projetos de engenharia, auxiliando na “gestão da política de coabitação” entre homem e a natureza com seus áleas (ver Figura 3). Maciel et al. (2021) ilustra este tema em sua extensa reflexão sobre o atual problema de gestão de riscos e de prevenção de catástrofes no Brasil. É bem verdade que catástrofes dessa natureza têm sido resolvidas através de medidas paliativas e pouco eficazes, que dificilmente recuperam os prejuízos sofridos pelas famílias atingidas. Sabe-se que medidas corretivas diminuem pouco no risco, mas não evitam os acidentes, e dada a condição que muitos brasileiros moram em áreas de risco, na verdade, medidas de prevenção e de gestão devem urgentemente ser aplicadas a estes ambientes, evitando futuros danos à população que ali vive.



Figura 3: Catástrofes naturais no Brasil: uma realidade. (a) Deslizamento de terra em Angra dos Reis, Rio de Janeiro (2010), formou um verdadeiro corredor, constituindo um canal inclinado natural com escoamento de material lamoso. (b) Deslizamento de terra na Baixada Santista (SP) formaram canais de escoamentos lamosos em março de 2020, acarretou mais de 40 vítimas fatais (Prefeitura de Guarujá).

Ressalta-se que, ainda que este fenômeno esteja cada vez mais presente no cenário brasileiro, há ainda uma incipiente iniciativa no que diz respeito à sua modelagem matemática, numérica. A equipe RMVP – Reologia de Materiais Viscosos e Viscoplasticos – Grupo de pesquisa do CNPq - UNESP de Ilha Solteira, associada ao estudo de riscos e catástrofes no meio ambiente, vem, através desta publicação, relatar algumas de suas contribuições de ordem matemática e numérica, e mais recentemente com modelagem física (MACIEL et al., 2013; FERREIRA et al., 2014; FIOROT et al., 2015; FERREIRA et al., 2015; CUNHA, 2017; MACIEL et al., 2017; FIOROT et al., 2018; MACIEL et al., 2018).

METODOLOGIA

Modelagem Matemática e Numérica

Como explanado anteriormente, *roll waves* se formam sobre escoamentos de superfície livre em canais inclinados, portanto, cabe a utilização das equações generalizadas da conservação de massa e da quantidade de movimento, que permitem inserir o modelo reológico mais apropriado no tensor de tensões. Como as *roll waves* aparecem tanto em fluidos newtonianos como não-newtonianos, efetuou-se inicialmente a representatividade do modelo para o caso mais simples, onde o fluido é newtoniano. Sabe-se que para

lavas torrenciais e lamas, o modelo reológico mais representativo é o de Herschel-Bulkley (COUSSOT, 1994; HUANG et al., 1998; COUSSOT, 2014), assunto que vem sendo perseguido pela equipe de pesquisa (Maciel et al., 2009; MINUSSI et al., 2012).

O sistema será representado por equações a derivadas parciais que devem ser solucionadas através de método numérico de volumes finitos, utilizando o software FLUENT, largamente empregado em mecânica dos fluidos e termodinâmica, ou ainda através de modelo analítico de primeira ordem, sujeito a condição de choque. A solução deve conter informações da altura da lâmina de fluido, $h(x)$, principalmente de sua lâmina baixa, h_1 , e da lâmina alta, h_2 , que irão fornecer a amplitude das ondas; sua velocidade de propagação, U ; e seu comprimento λ . O h_0 é representativo da lâmina normal ou do escoamento uniforme. Outros parâmetros como o número de Froude, por exemplo, devem contribuir na caracterização do escoamento e na comparação entre os modelos. O esquema da Figura 4 mostra a solução de *roll waves* em regime laminar, se propagando em um escoamento sobre um canal, com inclinação ϑ .

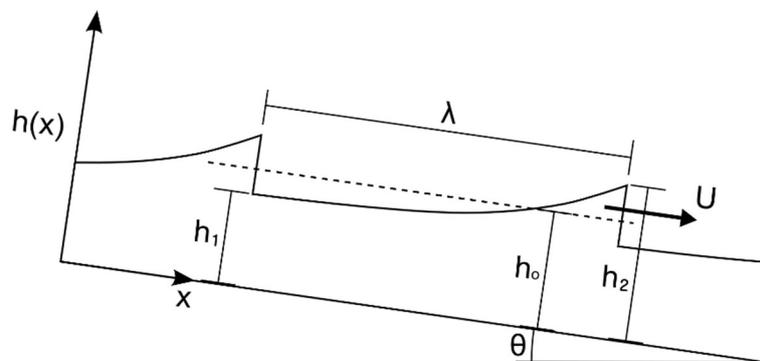


Figura 4: Esquema representativo de roll waves em regime laminar, em canal.

Equações Motrizes

As equações fundamentais são dadas pelas equações de Cauchy:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = S_m \quad (\text{Conservação da massa}) \quad (1)$$

em que ρ é a massa específica do fluido, t é a variável temporal, u_i é a componente i do vetor velocidade do escoamento e x_i é a componente i do vetor posição espacial. O termo S_m corresponde ao termo-fonte de massa.

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + F_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{Quantidade de Movimento}) \quad (2)$$

onde p é a pressão, ρg_i e F_i forças gravitacional e externas, respectivamente, e τ_{ij} é o tensor de tensões viscoso.

Desenvolvimento do Modelo Numérico

O desenvolvimento do modelo numérico, apoiado no programa FLUENT, utilizou-se de um dos seus módulos que permite resolver as equações fundamentais da continuidade e da quantidade de movimento, descritas anteriormente, podendo optar pelo tipo de reologia, apoiando-se na técnica de volumes finitos para discretizá-las. Com este módulo é possível fazer simulação “direta”, optando por um dos modelos (regime e reologia) oferecidos no software.

Para simular escoamentos com superfície livre (fronteira com forma deformável que constitui ele

própria uma incógnita do problema) é necessário recorrer ao método *VoF* (*Volume of Fluid*) (FLUENT, 2012; UBBINK, 1999; PATANKAR, 1980), o que corresponde a considerar o problema bifásico com uma fase de ar (gás ideal) e outra com o líquido. O método permite detectar a interface entre os dois fluidos através do cálculo da fração de volume que evolui desde 0 (ar) a 1 (líquido), e a isolinha de 0,5 é utilizada para identificar a superfície livre. O movimento da interface é dado pela equação 3:

$$\frac{\partial C'}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \vec{C}' = 0 \quad (3)$$

que é a chamada equação de transporte da fração volumétrica C' , onde \vec{U} é o vetor velocidade.

Este método não calcula explicitamente a posição da superfície livre entre os fluidos (líquido e ar). A superfície livre é determinada em um campo de fração de volume. Ou seja, na prática é detectada na interface entre os dois fluidos. As propriedades físicas dos fluidos na região de transição são calculadas como médias ponderadas. Sendo assim, a massa específica (ρ) e a viscosidade (μ) são dadas pelas equações 4 e 5:

$$\rho = \rho_{\text{liquido}} + \rho_{\text{ar}}(1 - C') \quad (4)$$

$$\mu = \mu_{\text{liquido}} + \mu_{\text{ar}}(1 - C') \quad (5)$$

No que diz respeito a esquemas numéricos, a oferta do FLUENT é bastante diversificada, possibilitando ao usuário a opção por sugestões do manual ou ainda seguir sua experiência. Neste trabalho, fez-se a opção pelos seguintes esquemas: - para o algoritmo de acoplamento entre velocidade e pressão, utilizou-se o SIMPLEC (VAN DOORMAL et al., 1984) adaptado para simulações transientes. Este acoplamento é feito através de uma relação que permite corrigir a pressão a cada nova iteração de velocidade. O algoritmo tem uma estrutura similar ao SIMPLE (PATANKAR et al., 1972), diferindo apenas na expressão da correção da pressão. A interpolação da pressão é feita pela rotina PRESTO aconselhado pelo manual do FLUENT para modelação de escoamentos com superfície livre; - para o termo convectivo das equações, utilizou-se inicialmente modelagem pelo esquema *Power-Law*, que para este caso permitiu obter bons resultados. Hoje pode-se optar, facilmente, por esquemas de ordem superior; - para o cálculo na interface o método *VoF* implícito foi empregado, adotando o esquema HRIC (High Resolution Interface Capturing) para o transporte de massa, aconselhado pelo FLUENT. O HRIC é de alta resolução e independente do número de Courant local.

As simulações foram realizadas com um passo de tempo fixo de 10^{-4} s para garantir a estabilidade numérica através do número de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL). Para o caso simulado obteve-se $CFL < 0,3$.

Estudo de Caso

Com base no modelo estabelecido anteriormente, um estudo de caso para fluido de reologia newtoniana foi desenvolvido com o propósito de avaliar a representatividade dos mesmos. Nesta seção, o problema será apresentado e os passos para a inserção do mesmo no modelo numérico.

O problema escolhido foi um escoamento em regime laminar, portanto não iremos optar por módulos de turbulência. O fluido em questão será uma solução aquosa de glicerina, de propriedades semelhantes àquelas apresentadas no trabalho de Liu et al. (1994), onde foi possível verificar a formação de *roll waves* experimentalmente: - Fluido newtoniano e incompressível de viscosidade cinemática, ν , igual a $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$; - Massa específica da solução, ρ , definida a partir da concentração: $1090 \text{ kg}/\text{m}^3$;

Não haverá presença de nenhum efeito de produção de massa, portanto o termo-fonte de massa é nulo ($S_m = 0$). O modelo reológico de fluido newtoniano é inserido no tensor de tensões, o que irá permitir, por fim, recair nas equações de Navier-Stokes.

O sistema de equações assim estabelecido deverá ser discretizado e devidamente aproximado pelo software, através dos esquemas setados, sendo resolvido em regime transiente. A malha de discretização do domínio de cálculo foi construída usando o programa Workbench e a simulação tem as condições definidas como mostra a Figura 5.

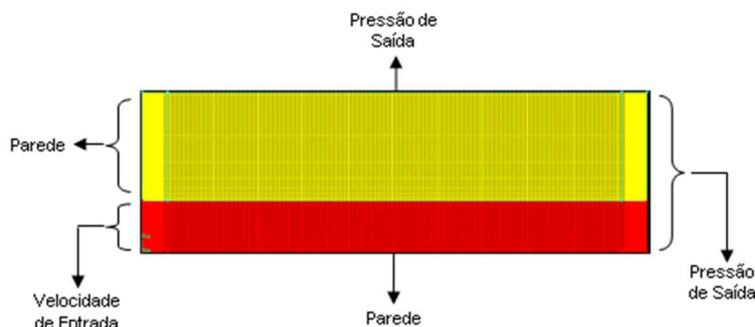


Figura 5: Geometria do problema escolhido e condições de contorno.

As hipóteses e condições de contorno assumidas para esse caso são: - Escoamento em duas dimensões sobre um canal retangular de 3 metros de comprimento e 0,015 m de altura; - Saída: Pressão prescrita (Pressão de Saída = Pressão atmosférica); - Entrada: Apenas a solução tipo é introduzida no domínio, com velocidade média dada pela equação 6.

$$\bar{u}_0 = \frac{gh_0^2 \text{sen}(\theta)}{3\rho\nu} \quad (6)$$

com h_0 sendo a lâmina normal de entrada, correspondente ao regime uniforme no canal, igual a 0,003 m para o caso; g , a aceleração da gravidade, 9,81 m/s²; ϑ , a inclinação do canal de 3,2°. A velocidade média, com estes parâmetros foi estimada em 0,164 m/s.

A partir da velocidade média do escoamento, foi possível estimar os valores de dois adimensionais de interesse em escoamentos e em propagação em canais: o número de Reynolds (equação 7) e o de Froude (equação 8).

$$Re = \frac{\bar{u}_0 h_0}{\nu} \rightarrow \boxed{Re = 49,2} \quad (7)$$

$$Fr = \frac{\bar{u}_0}{\sqrt{gh_0 \cos \theta}} \rightarrow \boxed{Fr \cong 0,95} \quad (8)$$

No restante da entrada, condição de parede é definida: - Fundo do canal: Condição de parede (*no-slip*, fluxo nulo); - Cota superior do canal: Pressão prescrita (Saída de Pressão = Pressão atmosférica); - Com os parâmetros acima fixados e condições estabelecidas, à velocidade de entrada foi imposta uma pequena perturbação senoidal de período $T = 0,6$ s, com o propósito de avaliar qual seria a relação entre as instabilidades geradas e a fonte perturbadora.

Este tipo de análise foi utilizado e explorado por outros autores como, por exemplo, Maciel (2001), Zanuttigh et al. (2002), Gao et al. (2003), Shippa et al. (2010), Ferreira et al. (2014), Cao et al. (2015), Ivanova et al. (2017), Chen et al. (2021), entre outros. que verificam a geração de *roll waves* para fluidos de reologia

newtoniana e não-newtoniana, em regimes turbulentos, utilizando diferentes métodos numéricos, tais como, diferenças finitas do tipo Godunov-Van Leer para a resolução das equações de águas rasas, elementos finitos e volumes finitos.

Assim, a velocidade de entrada, para o caso laminar tratado neste artigo, é dada pela equação 9:

$$V = \bar{u}_0 \left[1 + B \sin \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right] \quad (9)$$

onde B é a magnitude da perturbação, geralmente da ordem do por cento.

Com todos os parâmetros acima setados no software, o problema é resolvido. O tempo de cálculo exigido pelo método é grande, pois é necessário um domínio extenso e bem refinado para que *roll waves* estabilizadas possam ser observadas no canal. A Figura 6 mostra o resultado da simulação deste problema no instante $t = 8,2$ s, onde a partir de 1,5 metros as ondas se apresentam estáveis, com comprimento de onda e amplitude bem definidos, $\lambda = 0,22$ m e $\Delta h = 0,0015$ m, respectivamente.

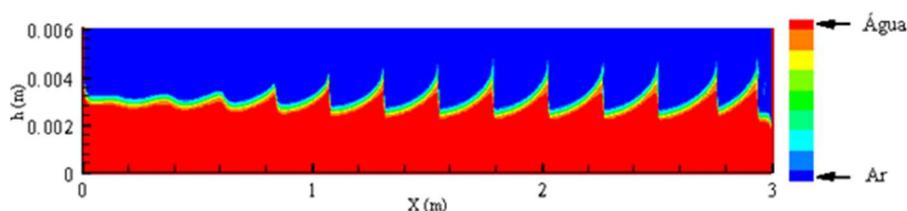


Figura 6: Visualização instantânea de simulação de *roll waves*, no tempo $t = 8,2$ s, para $B = 0,05$.

A visualização temporal do fenômeno pode também ser feita para cada ponto fixo do canal, como mostra a Figura 7, a partir da qual é possível perceber que o período da onda é de $T = 0,6$ s.

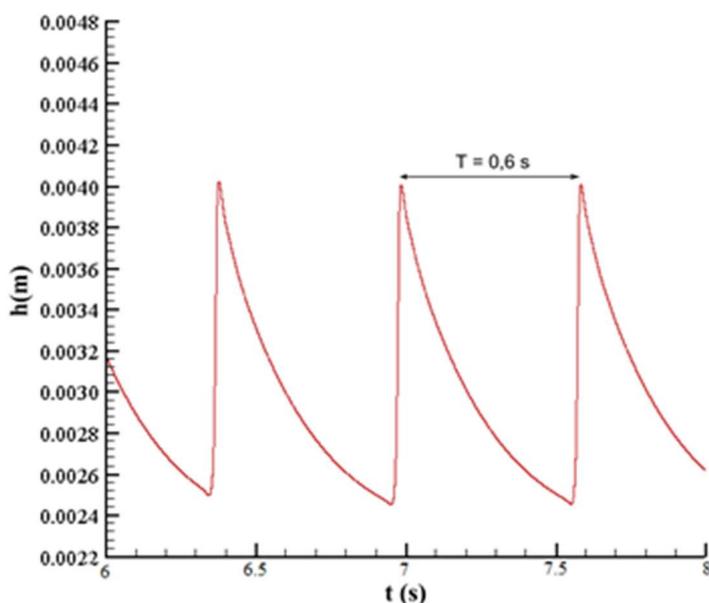


Figura 7: Visualização temporal no ponto $x = 2,0$ m, da simulação de *roll waves*.

Conseqüentemente, a partir dos resultados, a velocidade de propagação da *roll wave*, U_{rw} , pode ser calculada da seguinte forma:

$$U_{rw} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow U = 0,367 \text{ m/s} \quad (10)$$

Abordagem Matemática do Fenômeno *Roll Waves* Sob o Ponto de Vista de Sistemas Dinâmicos

A partir das equações de Cauchy mostradas anteriormente (equações 1 e 2), agora com o modelo reológico de Herschel-Bulkley inserido no tensor de tensões, e considerando condições de águas rasas (MACIEL et al., 2013), regime laminar e incompressibilidade, chega-se ao sistema adimensional de equações de águas rasas para fluidos de reologia não-newtoniana (FERREIRA, 2013) que, após promediação na vertical, adimensionalização e mudança para um sistema móvel de coordenadas ($x = \xi - Ut$), pôde ser transformado em uma equação diferencial de primeira ordem para o perfil da superfície livre (equação 11), tendo $h(x)$ definida como o quociente entre duas funções, a saber: $F(h)$ e $G(h)$. Denominamos, a partir desse ponto, a equação (11) como modelo do Grupo RMVP.

$$\frac{\partial h}{\partial x} \equiv \frac{F(h)}{G(h)} = \frac{h - C^* - (1 - C^*) \left[((h-1)U + 1) \frac{(1 - C^*)(n+1 + nC^*)}{(h - C^*)((n+1)h + nC^*)} \right]^n}{\frac{h}{Fr^2} + (\alpha - 1)U^2 - \frac{\alpha(U-1)^2}{h^2}} \quad (11)$$

Onde n , C^* e Fr são parâmetros do fluido e do escoamento (índice de escoamento, adimensional de tensão limite de escoamento ou crítica e número de Froude, respectivamente).

A distribuição de velocidade na vertical é representada por α . A celeridade teórica da onda representada por U , calculada pela equação 12.

$$U = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \alpha + 1} / Fr^2 \quad (12)$$

O comprimento de onda (equação 13), λ , é definido a partir da integração do inverso da equação (11) entre a lâmina baixa e a lâmina alta do escoamento, h_1 e h_2 , respectivamente.

$$\lambda = \int_{h_1}^{h_2} \frac{F(h)}{G(h)} dh \quad (13)$$

onde $h_1 < h_0$ (lâmina em regime uniforme) e imposta, e h_2 calculada a partir de h_1 .

A imposição do valor de h_1 não deve, no entanto, ser arbitrária. Através dos códigos implementados é possível perceber que existe uma dependência entre o valor para a lâmina baixa do escoamento e os parâmetros de simulação. Por se tratar de um sistema com evolução espaço-temporal determinística, sua interpretação pode ser feita como um sistema dinâmico e, portanto, sujeito a diversos tipos de abordagens teóricas para sua resolução. Uma análise fasorial foi proposta com o objetivo de visualizar como se comportavam as funções $F(h)$ e $G(h)$ da equação (11), observando seus módulos e fases (ou argumento), calculados conforme a equação 14. Sendo x um número complexo com parte real x_r e parte imaginária x_i :

$$x = x_r + ix_i \Rightarrow \begin{cases} |x| = \sqrt{x_r^2 + x_i^2} \\ \angle x = \arctan\left(\frac{x_i}{x_r}\right) \end{cases} \quad (14)$$

e portanto, x pode ser reescrito sob a forma de Euler:

$$x = |x|e^{i\angle x} \quad (15)$$

Este tipo de notação é largamente empregado na observação da resposta de sistemas dinâmicos de primeira ordem (OGATA, 1970). Ressalta-se que tal análise constitui, no estado da arte atual do fenômeno

estudado, uma iniciativa do grupo RMVP.

Podemos, assim, reescrever as funções $F(h)$ e $G(h)$ de maneira simplificada (equações 16 e 17):

$$F(h) = |F(h)|e^{j\angle F(h)} = |F(h)|[\cos(\angle F(h)) + j \operatorname{sen}(\angle F(h))] \quad (16)$$

$$G(h) = |G(h)|e^{j\angle G(h)} = |G(h)|[\cos(\angle G(h)) + j \operatorname{sen}(\angle G(h))] \quad (17)$$

e portanto,

$$\frac{F(h)}{G(h)} = \frac{|F(h)|}{|G(h)|} e^{j(\angle F(h) - \angle G(h))} \quad (18)$$

Com o auxílio da biblioteca do Matlab, através das funções *abs* e *phase*, o mesmo caso da Seção 2.1.1 foi estudado, com parâmetros de fluido de reologia newtoniana ($n = 1$ e $C^* = 0$) e $Fr = 0,95$. A Figura 8 exibe o comportamento das funções $F(h)$ e $G(h)$.

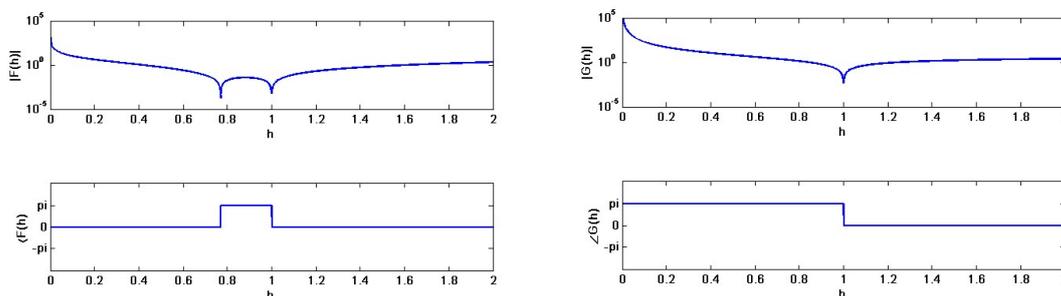


Figura 8: Funções $F(h)$ e $G(h)$ representadas em módulo e fase. ($n = 1$; $C^* = 0$; $Fr = 0,95$).

Pode-se, então, reescrever a equação 18 como:

$$\frac{F(h)}{G(h)} = \frac{|F(h)|}{|G(h)|} e^{j(\pi - \pi)} \Rightarrow \frac{F(h)}{G(h)} = \frac{|F(h)|}{|G(h)|} \geq 0, \text{ para } h_{\min} < h < h_0 \quad (19)$$

Sendo h_{\min} a menor altura (lâmina) para a qual a função $F(h)$ tem mesma fase que $G(h)$.

Como os parâmetros fixados foram os mais simples possíveis, as funções acima são reais, entretanto, a combinação $F(h)/G(h)$ dá origem a uma função negativa fora do intervalo onde ambas as fases são idênticas, que não corresponde a um valor desejado para ser integrado, uma vez que apenas valores positivos para a lâmina do escoamento são possíveis. Portanto, o valor de h_1 deve ser tal que a condição dada pela equação 20 seja válida.

$$\angle F(h) = \angle G(h) \quad (20)$$

Para escoamentos com fluidos de reologia não-newtoniana, a função $F(h)$ pode ainda assumir valores complexos, o que irá originar uma função complexa para integração. No entanto, ainda para estes casos, irá também existir um intervalo de h onde as fases de $F(h)$ e $G(h)$ são idênticas, onde a sua resolução será possível dentro do domínio real positivo. Portanto, uma parte do procedimento para simulação de *roll waves* consiste em, para cada conjunto de parâmetros n , C^* e Fr , encontrar o intervalo onde as fases de $F(h)$ e $G(h)$ são idênticas e fazer a imposição de h_1 dentro deste intervalo.

RESULTADOS

Com a finalidade de observar a correspondência entre os resultados do modelo analítico aqui estudado com aqueles obtidos através do modelo numérico resolvido através do FLUENT, a simulação de *roll waves* foi conduzida, resolvendo a equação (11) através de código numérico implementado em Matlab/Simulink.

O modelo permite também efetuar a previsão do comportamento de *roll waves* em fluidos hiperconcentrados ou viscoplásticos de comportamento não-newtoniano, do tipo Herschel Bulkley, adicionando o efeito da tensão crítica à simulação através do adimensional, C^* e do índice de escoamento do fluido $n < 1$. Supondo um escoamento com as mesmas condições dos experimentos realizados por Coussot (1994), quando observou a formação de *roll waves*, adicionando o efeito da tensão crítica $C^* = 0,287$ e do índice de escoamento do fluido $n = 1/3$, os resultados da simulação pelo modelo analítico proposto por Maciel et al. (2013) para fluido newtoniano e não-newtoniano são mostrados na Figura 9.

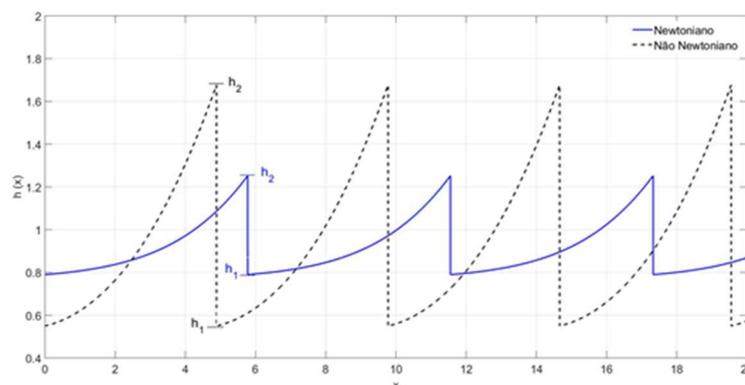


Figura 9: Perfil de *roll waves* em escalas adimensionais, resultado da simulação pelo modelo analítico proposto por Maciel et al. (2013) para fluido newtoniano ($n = 1$; $C^* = 0$; $Fr = 0,95$) e não newtoniano do tipo Herschel Bulkley ($n = 1/3$; $C^* = 0,287$; $Fr = 0,985$).

Na tabela 1 são apresentadas as amplitudes e velocidade de propagação das *roll waves* em escalas adimensionais para os casos newtoniano e não newtoniano. Vale ressaltar que o caso newtoniano simulado através do Fluent (seção 2.1.1) foi adimensionalizado $(h/h_0, U_{rw}/\bar{u}_0)$ para fins de comparação com o modelo analítico.

Tabela 1: Propriedades dos fluidos newtoniano e não newtoniano, amplitude e velocidade de propagação adimensional das *roll waves* para as mesmas condições de inclinação de canal ($\theta = 3,2$ graus) e profundidade de escoamento uniforme ($h_0 = 0,003m$).

Propriedades dos fluidos das roll waves	Fluent Fluido Newtoniano	Modelo Matemático Fluido Newtoniano	Modelo Matemático Fluido Não Newtoniano
C^*	0	0	0,287
n	1	1	1/3
h_1	0,82	0,79	0,55
$\Delta h = h_2 - h_1$	0,500	0,480	1,135
U	2,230	2,361	2,137

A velocidade de propagação da *roll wave* obtida para caso newtoniano foi de $U = 2,361$, que em

valores dimensionais corresponde a 0,386 m/s. A amplitude das ondas, $\Delta h = h_2 - h_1$, é da ordem de 0,480, o que em escalas dimensionais corresponde a 0,0014 m. Estes valores são discutidos na Seção 4.

Para o caso não-newtoniano, a velocidade de propagação obtida em escalas adimensionais foi de $U = 2,137$, que quando comparada ao resultado newtoniano é menor. A amplitude das ondas, no entanto, é maior, $\Delta h = h_2 - h_1 = 1,135$, o que corresponde a um aumento de 136%.

Em ambos os casos é utilizado o h_1 (lâmina baixa) mínimo da função, podendo-se observar que as ondas para escoamentos de fluido não-newtoniano aparecem (surgem) mais cedo do que em escoamento de fluido newtoniano, apresentam amplitudes mais elevadas, menores comprimentos de onda e com velocidade de propagação menor do que em fluido newtoniano, o que está em concordância com os resultados da literatura (MACIEL, 2002).

DISCUSSÃO

Na fase de modelagem computacional é importante definir o domínio de cálculo, onde as dimensões devem permitir inicialmente que o escoamento estabilize (lâmina do regime uniforme, h_0 , com espessura constante) e, posteriormente, permita a geração e propagação de *roll waves*. Evidentemente estes objetivos tiveram de ser otimizados com o tempo de cálculo.

Observou-se na simulação numérica que, a partir de um determinado comprimento de canal, as ondas que aparecem na superfície livre tendem a adquirir uma forma estável típica das *roll waves*, apresentando-se como ondas de choque (*shock waves*), de perfil contínuo entre choques sucessivos. Pela natureza hiperbólica do sistema, o modelo numérico consegue representar com fidelidade estes choques. Este resultado está conforme com os resultados obtidos com o modelo analítico de trabalho, que faz a imposição das condições de choque de Rankine Hugoniot no tratamento do sistema (DRESSLER, 1949; NG et al., 1994).

Sobre o Número de Froude e Número de Reynolds

O número de Froude do escoamento é tido como parâmetro chave para determinar se há a possibilidade de que *roll waves* venham a surgir em um escoamento. No que se refere a este critério de geração de *roll waves*, trabalhos consagrados na literatura fortalecem o teste efetuado neste trabalho. Benjamin (1957) e Yih (1963), através de uma análise rigorosa da solução das equações de Orr-Sommerfeld, para baixo número de Reynolds e ondas longas, chegaram à conclusão de que o número de Froude deve ser superior a 0,527 ou o número de Reynolds deve ser superior a $\cotg(\vartheta)$, neste caso 17,9. Para o caso estudado na Seção 3, ambos os adimensionais de interesse são superiores aos valores mínimos. Ainda, Ishihara et al. (1954) identificam que, para canais de forte declividade, o valor mínimo para o número de Froude sofre um pequeno acréscimo, passando para 0,577. Este último se encontra em perfeita consonância com o trabalho de Ferreira (2013) que para fluidos newtonianos encontra exatamente o mesmo valor para aquele adimensional, $Fr^2 > 1/3$. Já para o caso de fluido não-newtoniano, o Froude mínimo estimado (expressão

diferente do caso newtoniano) para o caso aqui tratado é de 0,183 (COUSSOT, 1994; MACIEL et al., 2013; DI CRISTO et al., 2013).

Sobre a Amplitude e Periodicidade de onda

As ondas ilustradas na Figura 7 foram avaliadas e apresentaram periodicidade muito próxima ao período de perturbação imposta. Este tipo de conclusão permite relacionar as fontes perturbadoras com as ondas geradas, possibilitando a identificação das mesmas. Maciel (2001) também já havia percebido em seu modelo de segunda ordem para fluido binghamianos que as ondas estabelecidas possuíam períodos correlatos aos da fonte de perturbação. Quando se compara as amplitudes resultantes de ambos os modelos apresentados, percebemos que existe uma boa concordância entre os resultados, onde uma diferença de 7% se apresenta. Outra característica percebida nos resultados é a de que o valor da lâmina baixa, $h_1 = 0,0025$ m, parece ser correspondente à lâmina mínima possível para a simulação de *roll waves* no modelo analítico, $h_{\min} = 0,0023$ m.

Sobre a Velocidade de propagação

A velocidade de propagação das *roll waves* calculadas pelo método numérico foi também bastante próxima do valor encontrado pelo modelo analítico de primeira ordem, apresentando diferença de 5%.

Sobre o efeito não-newtoniano: Tensão limite de escoamento ou Tensão Crítica

Para fluidos não-newtonianos, o efeito da tensão limite de escoamento está presente. O modelo analítico, aqui apresentado, permite observar o comportamento de escoamentos favoráveis a ocorrência de *roll waves* com fluidos deste tipo, como pôde ser observado pela Figura 9. O caso simulado possibilita a comparação com o caso do fluido newtoniano. Através da comparação, vê-se que a tensão crítica atua nas ondas geradas aumentando suas amplitudes. Este comportamento também foi observado por Maciel (2001), que visualizou o desenvolvimento temporal deste tipo de escoamento e constatou, ainda, que as instabilidades atingem configuração estável mais rapidamente em fluidos não-newtonianos que em escoamentos de fluidos newtonianos.

CONCLUSÕES

Os resultados apresentados nas seções anteriores apontam concordância entre o modelo numérico, que implementa as equações fundamentais do problema através de métodos e esquema numéricos apropriados, e modelos existentes na literatura, inclusive o modelo geral da equipe RMVP, para regime laminar. Os critérios de geração de instabilidades são satisfeitos e garantem que o escoamento está em condição favorável à geração e manutenção de *roll waves*.

Resultados das características das ondas (amplitude, velocidade de propagação) foram comparados com o modelo 'analítico' desenvolvido pela equipe e apontaram para uma boa representatividade do modelo para o caso de fluidos newtonianos (diferença máxima de 7% entre os resultados).

Embora a simulação numérica utilize as equações completas e o modelo parta da teoria de águas rasas, ambas apresentaram resultados satisfatórios, e, portanto, outros estudos de casos serão desenvolvidos com o propósito de melhor explorar e avaliar o comportamento destes modelos para fluidos de reologia não-newtoniana.

Diante dos resultados iniciais, tem-se como perspectiva simular *roll waves* em escoamentos não-newtonianos, baseado nos experimentos de Coussot (1994), introduzindo a reologia de Herschel-Bulkley no modelo numérico e efetuar a posterior comparação com o modelo “analítico” disponível na equipe (MACIEL et al., 2013). Na mesma direção, a equipe tem explorado resultados experimentais realizados em bancada dedicada com resultados promissores, e que já têm sido comparados com os modelos numéricos e analíticos (FIOROT et al., 2015; CUNHA, 2017; MACIEL et al., 2017).

A vantagem do modelo numérico via software Fluent é que se pode verificar a evolução das ondas ao longo do canal para diferentes instantes, aferindo, a amplitude e comprimento das mesmas, isto possibilita observar a partir de que comprimento de canal as *roll waves* atingem sua amplitude máxima. Através do modelo matemático não é possível fazer tal análise. Uma desvantagem da simulação com o Fluent é a dependência do resultado em relação à malha computacional, o que pode levar a um tempo de simulação relativamente alto (depende da configuração do computador).

O modelo ‘analítico’ apresenta a vantagem de ser de fácil utilização, com apenas a imposição das propriedades reológicas do fluido, inclinação do canal e a vazão ou número de Froude do escoamento, pode-se verificar se as condições são ou não favoráveis para geração de *roll waves*, e, se sim, consegue-se prever qual seria a amplitude máxima das ondas. A desvantagem é que o modelo é bastante sensível à imposição dos parâmetros de entrada. Vale ressaltar, que este modelo já tem sido adaptado por esses autores e outros para escoamentos com fundo poroso, o que poderá levar a uma melhor representação de escoamentos reais.

Para fins de engenharia, as simulações numéricas via Fluent e análises, sob o ponto de vista de sistemas dinâmicos, são ferramentas úteis para aplicações em canais artificiais ou naturais, pois são capazes de determinar as amplitudes máximas, comprimento e velocidade de propagação das *roll waves*, tanto para fluidos newtonianos quanto não-newtonianos. No que diz respeito ao critério de geração ($Fr > Fr_{min}$), verifica-se que para fluidos não-newtonianos, tais ondas, podem ser geradas para número de Froude menor do que para o caso newtoniano sob mesmas condições de vazão e inclinação de canal, comprovando que a não newtoniedade do fluido pode aumentar o domínio de geração das *roll waves*.

AGRADECIMENTOS: À FAPESP (processos 2015/25.518-8 e 2020/07822-0) e ao CNPq (processo 44.9550/2014-4) pelos financiamentos através de bolsas de formação de Recursos Humanos e auxílios à infraestrutura de laboratório.

REFERÊNCIAS

BENJAMIN, T. B.. Wave formation in laminar flow down an inclined plane. **Journal of Fluid Mechanics**, v.2, p.554-574, 1957.

CAO, Z.; HU, P.; HU, K.; PENDER, G.; LIU, Q.. Modelling roll waves with shallow water equations and turbulent closure.

Journal of Hydraulic Research, v.53, n.2, p.161-177, 2015.

DOI: <https://doi.org/10.1080/00221686.2014.950350>

CORNISH, V.. **Waves of the sea and other waves**. London: Adelphi Terrace, 1934.

COUSSOT, P.. Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel. **Journal of Hydraulic Research**, v.32, n.4, p.535-559, 1994. DOI:

<https://doi.org/10.1080/00221686.1994.9728354>

COUSSOT, P.. Yield stress fluid flows: A review of experimental data. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v.211, p.31-49, 2014. DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2014.05.006>

CUNHA, E. F.. **Implementação de um aparato experimental para medição de instabilidade em superfície livre com fluido não-Newtoniano**. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2017.

DI CRISTO, C.; IERVOLINO, M.; VACCA, A.. On the applicability of minimum channel length criterion for roll-waves in mud-flows. **Journal of Hydrology and Hydromechanics**, v.61, n.4, p.286-292, 2013. DOI:

<https://doi.org/10.2478/johh-2013-0036>

DRESSLER, R. F.. Mathematical solution of the problem of roll waves in inclined open channels. **Communications on Pure and Applied Mathematics**, v.2, p.149-194, 1949. DOI:

<https://doi.org/10.1002/cpa.3160020203>

FER, I.; LEMMIN, U.; THORPE, S. A.. Winter cascading of cold water in lake Geneva. **Journal of Geophysical Research**, v.17, n.C6, p.1-16, 2002.

FERREIRA, F. O.. **Estabilidade e controle dinâmico de roll waves**. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2013.

FERREIRA, F. O.; MACIEL, G. F.; FIOROT, G. H.; CUNHA, E. F.. Numerical analysis of roll waves generation on non-Newtonian fluids flowing down an inclined plane. **Advanced materials research**, v.1006, p.160-167, 2014. DOI:

<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1006-1007.160>

FERREIRA, F. O.; MACIEL, G. F.; FIOROT, G. H.; CUNHA, E. F.. Natural Hazards Modeling: From Runoff to Hyperconcentrated Flows – Roll Waves Generation. **International Journal of Engineering and Technology**, v.7, n.3, p.204-208, 2015. DOI:

<http://doi.org/10.7763/IJET.2015.V7.792>

FIOROT, G. H.; MACIEL, G. F.; CUNHA, E. F.; KITANO, C.. Experimental setup for measuring roll waves on laminar open channel flows. **Flow Measurement and Instrumentation**, v.41, p.149-157, 2015. DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2014.10.020>

FIOROT, G. H.; FERREIRA, F. O.; DUPONT, P.; MACIEL, G. F.. Roll-Waves mathematical model as a risk-Assessment tool: case study of Acquabona catchment. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.144, n.12, 05018009, 2018. DOI:

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001538](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001538)

FLUENT. **FLUENT 14.5**. User's guide. Lebanon: fluent

incorporated, 2012.

GAO, D.; MORLEY, N. B.; DHIR, V.. Numerical simulation of wavy falling film flow using VOF method. **Journal of Computational Physics**, v.192, p.624-642, 2003. DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.07.013>

HUANG, X.; GARCIA, M. H.. A Herschel-Bulkley model for mud flow down a slope. **Journal of Fluid Mechanics**, v.374, p.305-333, 1998. DOI:

<https://doi.org/10.1017/S0022112098002845>

IRSTEA. Institut National de Recherche en Sciences et Technologies Pour L'environnement Et L'agriculture. **Connaitre les laves torrentielles**. Grenoble, 2001.

ISHIHARA, T.; IWAGAKI, Y.; IWASA, Y.. Theory of the roll wave train in laminar water flow on a steep slope surface. **Transactions of Japan Society of Civil Engineers**, v.19, p.46-57, 1954.

IVANOVA, K. A.; GAVRILYUK, S. L.; NKONGA, B.; RICHARD, G. L.. Formation and coarsening of roll-waves in shear shallow water flows down an inclined rectangular channel. **Computers and Fluids**, v.159, p.189-203, 2017. DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2017.10.004>

LIU, J.; GOLLUB, J. P.. Solitary wave dynamics of film flows. **Physics of Fluids**, v.6, n.5, p.1702-1712, 1994. DOI:

<https://doi.org/10.1063/1.868232>

LIU, J.; MEI, C. C.. Roll waves on a layer of a muddy fluid flowing down a gentle slope: a bingham model. **Physics of Fluids**, v.6, n.8, p.2577-2590, 1994. DOI:

<https://doi.org/10.1063/1.868148>

Maciel, G. F.. **Roll waves evoluindo em canais de forte declividade**: uma abordagem matemática com aproximação numérica. Tese (Licenciatura) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2001.

MACIEL, G. F.. Roll Waves Evolution in High Gradient Channels to a Non-Newtonian Rheology. In: TOPPING, B. H. V.; BITTNER, Z.. Proceedings of the third international conference on engineering computational technology. Civil-Comp Press, Stirlingshire, 2002. DOI:

<http://dx.doi.org/10.4203/ccp.76.37>

MACIEL, G. F.; SANTOS, H. K.; FERREIRA, F. O.. Rheological Analysis of Water Clay Compositions in Order to Investigate Mudflows Developing in Canals, **J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.**, v.31, n.1, p.64-74, 2009. DOI:

<https://doi.org/10.1590/S1678-58782009000100010>

MACIEL, G. F.; FERREIRA, F. O.; FIOROT, G. H.. Control of instabilities in non-newtonian free surface fluid flows. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v.35, n.3, p.217-229, 2013. DOI:

<https://doi.org/10.1007/s40430-013-0025-y>

MACIEL, G. F.; FERREIRA, F.; FIOROT, G.. Experimental apparatus for roll-wave measurements and comparison with a 1D mathematical model. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.143, n.11, p.04017046, 2017. DOI:

[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001366](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001366)

MACIEL, G. F.; TONIATI, A. L.; FERREIRA, F. O.. Modelo

matemático simplificado para determinar a capacidade erosiva de um escoamento lamoso em regime laminar pulsante. **Eng. Sanit. Ambient.**, v.23, n.5, p.913-922, 2018.

DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/s1413-41522018175446>

MACIEL, G. F.; TONIATI, A. L.; FERREIRA, F. O.. Cultura da Gestão de Riscos na Mitigação de Desastres Naturais. **Revista Ibero-Americana de Ciências Ambientais**, v.12, n.2, 2021.

NG, C. O.; MEI, C. C.. Roll waves on a layer of fluid mud modelled as a power law fluid. **Journal of Fluid Mechanics**, v.263, p.151-184, 1994. DOI:

<https://doi.org/10.1017/S0022112094004064>

OGATA, K.. **Engenharia de Controle Moderno**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1998.

PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B.. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows. **Int. J. Heat Mass Transfer**, v.15, p.1787, 1972.

PATANKAR, S. V.. **Numerical heat transfer and fluid flow**. New York: Hemisphere, 1980.

PONCE, V. M.. **Project Photos MM: Turner Reservoir**. San Diego Country, 2005.

UBBINK, O.; ISSA, R.. A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes. **Journal of Computation Physics**, v.153, n.1, p.26-50, 1999. DOI:

<https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6276>

VAN DOORMAL, J. P.; RAITHBY, G. D.. Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, **Numer. Heat Transfer**, v.7, p.147-163, 1984. DOI:

<https://doi.org/10.1080/01495728408961817>

YIH, C. S.. Stability of liquid flow down an inclined plate. **Phys. Fluids**, v.6, p.321-324, 1963.

ZANUTTIGH, B.; LAMBERTI, A.. Roll waves simulation using shallow water equations and weighted average flux method. **Journal of Hydraulic Research**, v.40, n.5, p.610-622, 2002.

DOI: <https://doi.org/10.1080/00221680209499905>

A CBPC – Companhia Brasileira de Produção Científica (CNPJ: 11.221.422/0001-03) detém os direitos materiais desta publicação. Os direitos referem-se à publicação do trabalho em qualquer parte do mundo, incluindo os direitos às renovações, expansões e disseminações da contribuição, bem como outros direitos subsidiários. Todos os trabalhos publicados eletronicamente poderão posteriormente ser publicados em coletâneas impressas sob coordenação da Sustenere Publishing, da Companhia Brasileira de Produção Científica e seus parceiros autorizados. Os (as) autores (as) preservam os direitos autorais, mas não têm permissão para a publicação da contribuição em outro meio, impresso ou digital, em português ou em tradução.